

4^e - Calcul littéral - Connaissances

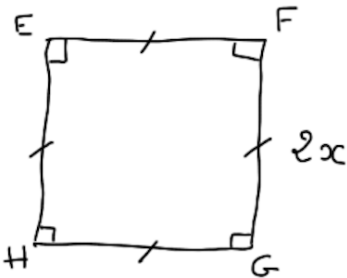
- Produire une expression littérale
- Évaluer une expression littérale
- Transformer une expression littérale (développer, réduire, factoriser)

1. Produire une expression littérale

Une expression littérale contient un ou plusieurs **nombres variables** représentés par des **lettres** et permet d'exprimer une **relation générale**.

« L'algèbre fit un bond prodigieux grâce aux mathématiciens français François Viète (1540-1603) et Albert Girard (1595-1632), qui ont divulgué le calcul littéral : au lieu de poser et résoudre un problème en langage courant, ce qui devient vite lourd, ils utilisèrent des chiffres et des lettres. »

On les rencontre souvent dans des **programmes de calcul**, dans des **situations géométriques**...



L'aire du carré EFGH est $A_{EFGH} = 2x \times 2x = 4x^2$.

Son **périmètre** est $P_{EFGH} = 4 \times 2x = 8x$.

Inutile de mettre une unité après une expression littérale

2. Évaluer une expression littérale

Évaluer une expression, c'est la **calculer** pour une **valeur donnée** de la variable.

Si on choisit de fixer la variable à $x = 3 \text{ cm}$, alors l'aire du carré EFGH est :

$$A_{EFGH} = 4 \times 3^2 = 4 \times 3 \times 3 = 36 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Son périmètre est } P_{EFGH} = 8 \times 3 = 24 \text{ cm}.$$

Il est nécessaire de remettre les symboles opératoires (\times) dans le calcul et les unités si besoin.

3. Transformer une expression littérale

Ce sont des techniques essentielles en mathématiques : les différentes formes d'une même expression littérale sont utiles selon le contexte.

a. Produit ou somme ?

C'est une question essentielle à se poser devant chaque expression littérale.

Par exemple :

- $x^2 \oplus 5x$ est la **somme** de deux **termes**, x^2 et $5x$.
- $x \otimes (2x - 7)$ est le **produit** de deux **facteurs**, x et $2x - 7$.

b. Réduire une expression littérale

C'est effectuer les calculs possibles, regrouper les termes de même nature, ôter les symboles inutiles.

L'expression $2 \times x^2 + 5 - 3 \times x + 7 \times x^2 - 10 \times x - 3$ (qui est une somme) contient :

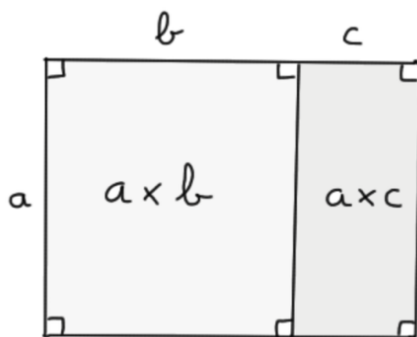
- **Trois « familles » de termes** : la famille des x^2 , celle des x et celle des nombres fixés ;
- Des symboles que l'on peut retirer.

$$\text{Alors } \boxed{2 \times x^2} + 5 - \boxed{3 \times x} + \boxed{7 \times x^2} - \boxed{10 \times x} - 3 = \boxed{2x^2 + 7x^2} - \boxed{3x - 10x} + 5 - 3 = \mathbf{9x^2 - 13x + 2}$$

Le symbole $=$ signifie ici « est toujours égal à, quelle que soit la valeur de la variable x ».

c. Développer une expression littérale : produit \rightarrow somme/différence

Propriété de simple distributivité



Pour tous nombres a, b et c :

$$\boxed{a \times (b + c)} = \boxed{a \times b + a \times c}$$

produit somme

d. Factoriser : somme/différence \rightarrow produit

$$\boxed{a} \times b + \boxed{a} \times c = \boxed{a} \times (b + c)$$

Exemples :

$$x \times 3 + x \times 7 = x \times (3 + 7) = x \times 10 = 10x$$

$$x(x + 1) - 2(x + 1) = (x + 1)(x - 2).$$